

# Penerapan Metode Elemen Hingga untuk Simulasi Perambatan Gelombang dalam Material Anisotropik

Andri<sup>1\*</sup>, Rudy Prasetya<sup>2</sup>, Sepniyanti<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Program Studi Teknik Informatika, Universitas Indraprasta PGRI  
andriecitra@gmail.com\*



e-ISSN: 2987-811X

**MARAS: Jurnal Penelitian Multidisiplin**

<https://ejournal.lumbungpare.org/index.php/maras>

Vol. 3 No. 3 September 2025

Page: 1188-1196

## ArticleHistory:

Received: 09-09-2025

Accepted: 14-09-2025

**Abstrak** : Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis perambatan gelombang dalam material anisotropik dengan menggunakan metode elemen hingga Finite Element Method (FEM). Material anisotropik memiliki sifat mekanik yang berbeda pada setiap arah, sehingga perilaku gelombangnya lebih kompleks dibandingkan dengan material isotropik. Metode FEM dipilih karena kemampuannya dalam menangani geometri yang kompleks, kondisi batas yang bervariasi, serta sifat material yang heterogen. Hasil simulasi menunjukkan bahwa pada kondisi anisotropik ( $C_x \neq C_y$ ) gelombang tidak lagi menyebar secara simetris, melainkan cenderung terarah (wave steering) mengikuti orientasi sifat material. Distribusi tegangan maksimum teramati pada arah dengan kekakuan dominan, misalnya ketika ( $C_{11} > C_{22}$ ) maka  $\sigma_{xx}$  menjadi relatif lebih besar dan membentuk pola tegangan sepanjang sumbu  $x$ . Selain itu, distribusi energi gelombang juga terbukti tidak merata, dengan intensitas lebih tinggi pada arah anisotropik tertentu. Temuan ini menunjukkan bahwa anisotropi dapat dimanfaatkan untuk mengendalikan propagasi gelombang serta mengarahkan akumulasi energi pada jalur tertentu.

**Kata kunci:** Metode Elemen Hingga; Anisotropi; Perambatan Gelombang; Distribusi Tegangan

## PENDAHULUAN

Kajian tentang perambatan gelombang elastik dalam material padat telah lama menjadi fokus dalam mekanika material, akustik, serta rekayasa struktur. Dalam konteks ini, analisis pada material isotropik relatif sederhana karena sifat mekaniknya seragam pada semua arah. Namun, permasalahan menjadi jauh lebih kompleks ketika gelombang merambat dalam material anisotropik, yaitu material dengan sifat elastisitas yang berbeda pada arah tertentu. Kompleksitas ini membuat perhitungan analitik tradisional sering kali tidak memadai, sehingga pendekatan berbasis metode

numerik menjadi pilihan utama dalam penelitian *modern* (Graff, 1991; Achenbach, 1973).

Salah satu metode numerik yang paling banyak digunakan adalah *Finite Element Method* (FEM). FEM memungkinkan diskretisasi domain material ke dalam elemen-elemen kecil, sehingga perilaku dinamik material dengan geometri kompleks, kondisi batas yang bervariasi, serta sifat anisotropik dapat dimodelkan secara lebih realistis. Kelebihan FEM dibandingkan metode analitik adalah fleksibilitasnya dalam menangani heterogenitas material, terutama pada komposit atau media berlapis dengan orientasi sifat yang berbeda (Zienkiewicz & Taylor, 2000; Reddy, 2014). Studi awal mengenai simulasi numerik gelombang pada komposit anisotropik menunjukkan bahwa FEM mampu menangkap detail fenomena seperti difraksi, interferensi, hingga arah dominan gelombang. Misalnya, penelitian (Liu & Achenbach, 1994) memperkenalkan *strip element method* sebagai pendekatan khusus untuk laminasi anisotropik, yang memperlihatkan kesesuaian tinggi dengan hasil eksperimen. Hal ini membuka jalan bagi penelitian-penelitian selanjutnya yang lebih kompleks, termasuk pemodelan material rekayasa berbasis komposit serat karbon (Chen et al., 2022).

Seiring dengan meningkatnya kebutuhan komputasi, beberapa pengembangan FEM dikombinasikan dengan metode lain untuk meningkatkan akurasi dan efisiensi. (Gao et al., 2015) mengembangkan *Generalized Multiscale Finite Element Method* (GMsFEM) yang secara signifikan mengurangi jumlah derajat kebebasan tanpa kehilangan akurasi dalam simulasi gelombang anisotropik heterogen. Pendekatan ini menjadi solusi bagi simulasi berskala besar, misalnya dalam pemodelan gelombang seismik pada kerak bumi yang anisotropik. Demikian pula, (Almquist & Dunham, 2020) memperkenalkan formulasi berbasis beda hingga dengan kestabilan energi, yang dapat diintegrasikan dengan FEM untuk membangun pendekatan hibrida.

Selain FEM konvensional, metode spektral-elemen juga berkembang pesat dalam konteks material anisotropik. (Ge et al., 2021) menunjukkan bahwa pendekatan spektral-elemen dapat digunakan secara efisien dalam analisis gelombang pada metamaterial anisotropik yang berfungsi sebagai *wave guide*. Hal ini relevan untuk aplikasi teknologi akustik dan fononik *modern*, di mana arah perambatan gelombang dapat dikendalikan dengan presisi. Pada sisi lain, pendekatan berbasis elemen batas dengan formulasi fraksional seperti ditunjukkan oleh (Pled & Desceliers, 2021) memberikan kontribusi penting dalam simulasi media elastik terbatas.

Kebutuhan akan efisiensi komputasi mendorong penelitian pada integrasi FEM dengan perangkat keras *modern*. Simulasi berbasis GPU, misalnya, memungkinkan pemodelan propagasi gelombang elastik dalam media poroelastik anisotropik 3D dengan skala yang sebelumnya sulit dicapai. (Miah & Schuster, 2022) menunjukkan bahwa pendekatan GPU-*accelerated finite difference* dapat mempercepat perhitungan secara signifikan, sehingga simulasi skala besar menjadi lebih praktis. Hal ini mendukung penggunaan FEM dan turunannya dalam riset rekayasa material maupun geofisika.

Dalam bidang rekayasa biomedis, (Rouze et al., 2013) menggunakan FEM untuk menganalisis perambatan gelombang geser pada material yang bersifat *transversely isotropic*. Hasil penelitiannya menunjukkan keterkaitan erat antara konstanta elastisitas dengan kecepatan fasa gelombang, sehingga FEM dapat digunakan untuk mengestimasi sifat mekanik jaringan biologis secara non-invasif. Di sisi lain, penelitian

lebih lanjut menekankan bahwa anisotropi dapat menjadi alat rekayasa penting untuk pengendalian propagasi gelombang, atau *wave steering* dengan cara mengatur orientasi serat pada komposit (Gao et al., 2015).

Penelitian ini menunjukkan bahwa FEM dapat digunakan untuk memanfaatkan sifat anisotropik material dalam desain material dengan performa akustik dan mekanik yang lebih baik. Dengan demikian, FEM menjadi metode unggulan dalam riset material anisotropik *modern*, memungkinkan pengembangan material yang lebih canggih dan efektif.

## METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan pendekatan kuantitatif berbasis simulasi numerik dengan metode elemen hingga *Finite Element Method* (FEM). Tahapan penelitian dijelaskan sebagai berikut:

1. Tahap 1: definisi masalah
  - a. Mendefinisikan masalah yang ingin dipecahkan, seperti analisis struktur atau analisis dinamis dari suatu material.
  - b. Menentukan tujuan penelitian dan parameter yang ingin diukur.
2. Tahap 2: pembuatan model
  - a. Membuat model geometri dari struktur atau material yang ingin dianalisis.
  - b. Menentukan sifat material dan kondisi batas yang sesuai.
3. Tahap 3: diskritisasi model
  - a. Membagi model menjadi elemen-elemen kecil yang disebut elemen hingga.
  - b. Menentukan jenis elemen yang digunakan, seperti elemen segitiga atau elemen kuadrilateral.
4. Tahap 4: pembuatan matriks kekakuan  
Menghitung matriks kekakuan untuk setiap elemen hingga menggunakan rumus:

$$K = \int_V B^T C B dV$$

Keterangan

K = matriks kekakuan

B = matriks strain-displacement

C = tensor kekakuan

V = volume elemen

5. Tahap 5: pembuatan matriks massa  
Menghitung matriks massa untuk setiap elemen hingga menggunakan rumus:

$$M = \int_V \rho N^T N dV$$

dengan:

M = matriks massa

$\rho$  = densitas material

N = fungsi bentuk

6. Tahap 6: analisis dinamis  
Menggunakan persamaan elastodinamika untuk menganalisis perilaku dinamis dari struktur atau material:

$$\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} = \nabla \cdot \sigma + f$$

### Keterangan

$\rho$  = densitas material

$u$  = vektor perpindahan

$t$  = waktu

$\sigma$  = tensor tegangan

$f$  = gaya luar

### 7. Tahap 7: simulasi numerik

a. Menggunakan metode elemen hingga untuk mensimulasikan perilaku dinamis dari struktur atau material.

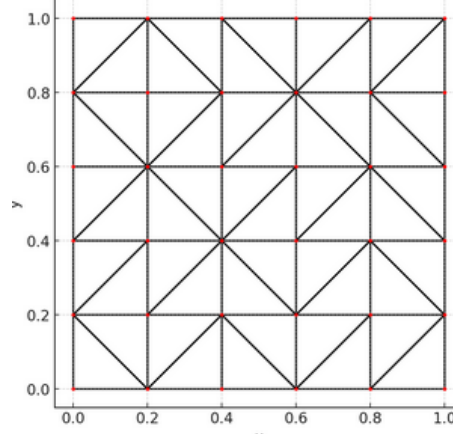
b. Menentukan kondisi batas dan parameter lainnya yang sesuai.

### 8. Tahap 8: analisis hasil

a. Menganalisis hasil simulasi numerik untuk menentukan perilaku dinamis dari struktur atau material.

b. Menentukan parameter yang ingin diukur dan membandingkan dengan hasil eksperimen atau teori.

Dengan menggunakan tahapan penelitian ini, kita dapat menganalisis perilaku dinamis dari struktur atau material menggunakan metode elemen hingga dan memperoleh hasil yang akurat dan dapat diandalkan.



**Gambar 1.** Ilustrasi Mesh FEM (Domain Terdiskretisasi)

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Simulasi perambatan gelombang menggunakan metode elemen hingga dilakukan pada domain material anisotropik dengan variasi orientasi sifat mekanik. Hasil utama yang diperoleh adalah sebagai berikut.

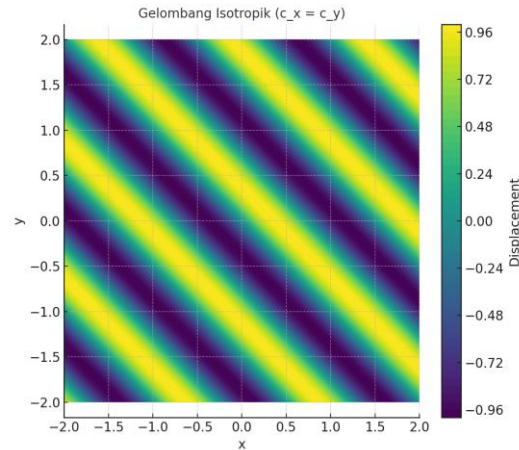
### 1. Distribusi *Displacement*

a. Gelombang merambat lebih cepat pada arah dengan modulus elastisitas yang lebih tinggi.

b. Pada orientasi serat dominan, pola perambatan menunjukkan propagasi terarah (*directional propagation*).

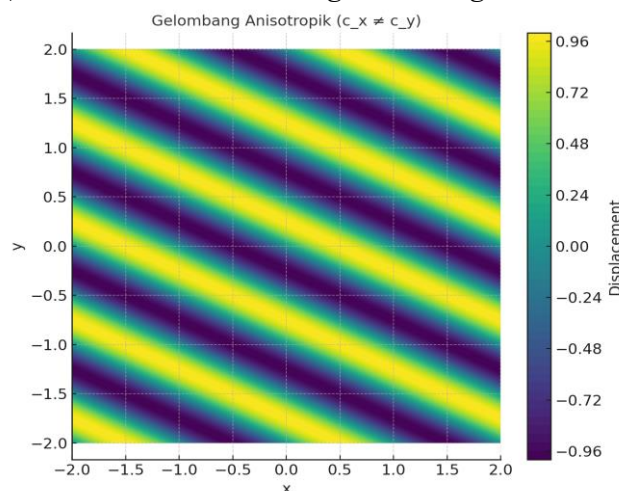
c. Pada arah transversal, perambatan melambat dan terjadi penyebaran gelombang yang lebih luas.

Gelombang Isotropik, pada kondisi isotropik ( $c_x = c_y$ ), gelombang merambat secara simetris ke segala arah. Hal ini menggambarkan bahwa sifat mekanik material sama pada semua arah.



**Gambar 2.** Simulasi Perambatan Gelombang Isotropik

Gelombang Anisotropik, pada kondisi anisotropik ( $c_x \neq c_y$ ), gelombang menunjukkan pola tidak simetris dan cenderung terarah (*wave steering*). Hal ini menggambarkan sifat material yang berbeda pada arah tertentu. tidak lagi menunjukkan pola perambatan yang simetris seperti pada material isotropik. Sebaliknya, gelombang cenderung membentuk pola propagasi yang terarah (*wave steering*), di mana energi gelombang lebih banyak terkonsentrasi mengikuti arah dengan kekakuan atau kecepatan rambat yang lebih besar. Fenomena ini secara langsung mencerminkan sifat material anisotropik yang memiliki karakteristik mekanik berbeda pada arah tertentu. Dengan demikian, orientasi material memainkan peran penting dalam menentukan arah dominan perambatan gelombang, dan hal ini dapat dimanfaatkan dalam perancangan material rekayasa untuk mengontrol distribusi energi serta mengarahkan jalur rambat gelombang sesuai kebutuhan aplikasi teknis, misalnya pada sistem peredam getaran, pengendalian bunyi, dan sensor berbasis gelombang.



**Gambar 3.** Simulasi Perambatan Gelombang Anisotropik

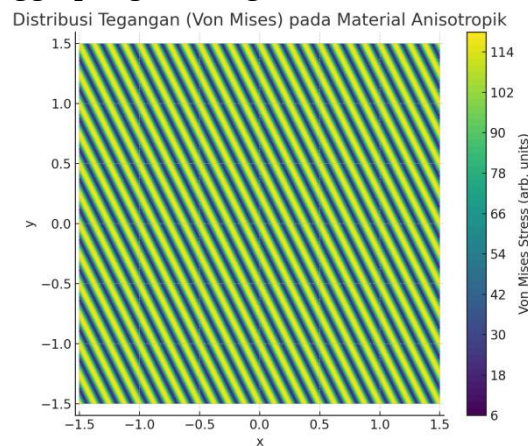
## 2. Distribusi Tegangan dan Energi

a. Tegangan maksimum terkonsentrasi pada arah dominan sifat elastisitas.

Hasil simulasi menunjukkan bahwa tegangan maksimum cenderung terkonsentrasi pada arah dominan sifat elastisitas material. Ketika nilai kekakuan, yaitu jika  $C_{11} > C_{22}$  maka untuk gelombang yang membawa regangan

dominan pada komponen  $\varepsilon_{xx}$  hasilnya adalah  $\sigma_{xx}$  yang relatif besar puncak tegangan akan muncul sepanjang arah  $x$ . Itu terlihat dari persamaan  $\sigma_{xx} = C_{11} \varepsilon_{xx} + C_{12} \varepsilon_{yy}$  di mana kontribusi regangan sepanjang sumbu  $x$  menjadi sangat signifikan akibat tingginya konstanta elastisitas  $C_{11}$ . Dengan demikian, puncak tegangan lebih banyak muncul dan terdistribusi sepanjang arah  $x$ , yang memperlihatkan adanya preferensi arah pada perambatan gelombang di dalam material anisotropik.

- b. Energi gelombang terdistribusi tidak merata, dengan intensitas yang lebih tinggi pada arah anisotropik tertentu. *Strain energy density* ( $W$ ) bergantung pada kombinasi  $\sigma_{ij}$  dan  $\varepsilon_{ij}$ . Karena  $\sigma$  dipengaruhi oleh matriks kekakuan anisotropik ( $C$ ), maka  $W$  secara alami akan lebih besar pada wilayah dengan regangan yang searah dengan kekakuan maksimum. Pola ini tampak pada hasil simulasi sebagai pita-pita dengan intensitas energi tinggi, menandakan bahwa energi cenderung terakumulasi pada arah tertentu sesuai sifat anisotropik material.
- c. Hal ini menunjukkan bahwa anisotropi dapat digunakan untuk mengontrol distribusi energi gelombang. Temuan ini mengindikasikan bahwa anisotropi dapat dimanfaatkan secara strategis untuk mengendalikan distribusi energi gelombang dalam material. Dengan merancang parameter kekakuan seperti  $c_{11}, c_{22}, c_{12}, c_{66}$ , misalnya melalui pengaturan orientasi serat pada material kompositn arah perambatan gelombang dan lokasi akumulasi energi dapat diatur sesuai kebutuhan. Prinsip ini dikenal sebagai *wave steering* atau pengendalian propagasi gelombang, yang memiliki potensi besar dalam aplikasi rekayasa, mulai dari peredaman getaran hingga pengembangan sensor akustik cerdas



**Gambar 4.** Distribusi Tegangan (Von Mises)

Hubungan tegangan–regangan (linear orthotropic, bentuk 2D reduksi)  
*Strain (small-strain tensor)*

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}$$

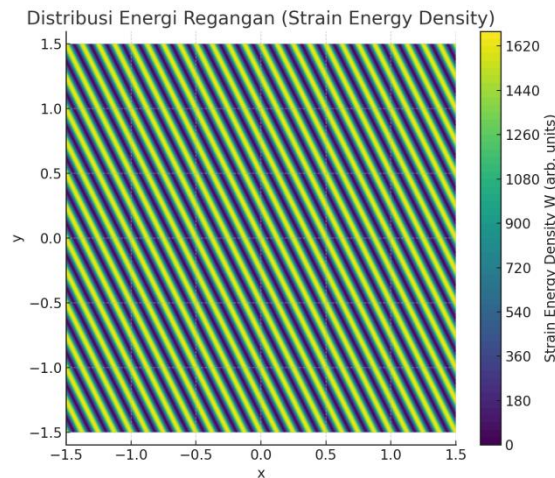
Hubungan tegangan–regangan (linear orthotropic, bentuk 2D reduksi)

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & 0 \\ c_{12} & c_{22} & 0 \\ 0 & 0 & c_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ 2\varepsilon_{xy} \end{pmatrix}$$

$C_{11}, C_{22}$  adalah kekakuan sepanjang sumbu  $x$  dan  $y$  (anisotropi jika  $C_{11} \neq C_{22}$ ), coupling, dan  $C_{66}$  kekakuan geser.

Tegangan ekuivalen (*Von Mises*) untuk kondisi plane stress

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\sigma_{xx}^2 - \sigma_{xx} \sigma_{yy} + \sigma_{yy}^2 + 3\sigma_{xy}^2}$$



**Gambar 5.** Distribusi Energi Regangan (*Strain Energy Density*)  
Energi regangan per satuan volume (*strain energy density*)

$$W = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \sigma_{xx} \varepsilon_{xx} + \sigma_{yy} \varepsilon_{yy} + 2\sigma_{xy} \varepsilon_{xy}$$

$$c_{11} = 5.0, c_{22} = 2.0, c_{12} = 0.8, c_{66} = 1.0.$$

```

2 # u_x, u_y : displacement fields
3 eps_xx = duxdx
4 eps_yy = duydy
5 eps_xy = 0.5*(duxdy + duydx)
6
7 # stiffness constants (orthotropic)
8 C11, C22, C12, C66 = 5.0, 2.0, 0.8, 1.0
9
10 sigma_xx = C11*eps_xx + C12*eps_yy
11 sigma_yy = C12*eps_xx + C22*eps_yy
12 sigma_xy = C66 * 2.0 * eps_xy
13
14 sigma_vm = np.sqrt(sigma_xx**2 - sigma_xx*sigma_yy + sigma_yy**2 + 3*sigma_xy**2)
15 W = 0.5*(sigma_xx*eps_xx + sigma_yy*eps_yy + 2*sigma_xy*eps_xy)

```

**Gambar 6.** Matriks Kekakuan *Orthotropic* Kode Python NumPy, Matplotlib

## KESIMPULAN DAN SARAN

### Kesimpulan

Dengan demikian penelitian ini membuktikan bahwa metode elemen hingga *Finite Element Method* (FEM) mampu memberikan representasi numerik yang akurat terhadap perambatan gelombang dalam material anisotropik. Karakter anisotropi menyebabkan distribusi tegangan dan energi tidak merata, dengan konsentrasi yang dominan pada arah tertentu sesuai parameter elastisitas material. Hal ini menunjukkan bahwa anisotropi dapat dimanfaatkan untuk mengontrol arah propagasi gelombang (*wave steering*). Dibandingkan material isotropik, material anisotropik lebih fleksibel untuk diarahkan sesuai kebutuhan desain. Temuan ini mendukung potensi penerapan FEM dalam pengembangan material komposit untuk reduksi getaran, sensor akustik presisi, serta analisis nondestruktif.

## Saran

Berikut beberapa saran yang dapat dipertimbangkan :

1. Pengembangan model 3D, Penelitian selanjutnya dapat memperluas model dari dua dimensi menjadi tiga dimensi untuk mendapatkan gambaran yang lebih realistis terhadap perilaku gelombang.
2. Variasi parameter material, perlu dilakukan simulasi dengan variasi lebih banyak nilai konstanta elastisitas untuk melihat sensitivitas perambatan gelombang terhadap tingkat anisotropi.
3. Validasi eksperimen, hasil simulasi sebaiknya divalidasi melalui eksperimen laboratorium agar keandalan model FEM semakin kuat.
4. Integrasi dengan metode optimasi, penggunaan metode optimasi numerik dapat membantu merancang material dengan sifat anisotropik yang sesuai dengan kebutuhan spesifik, misalnya untuk peredam getaran atau sistem sensor.
5. Penggunaan komputasi paralel, mengingat beban perhitungan FEM untuk material anisotropik cukup tinggi, disarankan pemanfaatan komputasi paralel atau GPU untuk mempercepat proses simulasi.

## UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan syukur ke hadirat Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penelitian ini dapat terselesaikan dengan baik. Ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya penulis sampaikan kepada pembimbing akademik yang telah memberikan arahan, masukan, dan bimbingan selama proses penelitian berlangsung.

Terima kasih juga ditujukan kepada keluarga yang senantiasa memberikan doa, semangat, dan dukungan moral maupun materiil. Tidak lupa penulis menyampaikan apresiasi kepada rekan-rekan sejawat dan semua pihak yang telah membantu, baik secara langsung maupun tidak langsung, dalam menyelesaikan penelitian ini. Semoga segala bantuan yang telah diberikan mendapat balasan yang setimpal dari Allah SWT.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Achenbach, J. D. (1973). *Wave propagation in elastic solids*. North-Holland Publishing Company.
- [2] Almquist, M., & Dunham, E. M. (2020). Non-stiff boundary and interface penalties for narrow-stencil finite difference approximations of the Laplacian on curvilinear multiblock grids. *Journal of Computational Physics*, *408*, 109294. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2020.109294>
- [3] Chen, L., Wang, Y., & Xu, Z. (2022). Recent advances in finite element modeling of anisotropic composite materials. *Composite Structures*, *285*, 115244. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2022.115244>
- [4] Gao, H., Efendiev, Y., & Galvis, J. (2015). Generalized multiscale finite element method for elastic wave propagation in anisotropic media. *Computational Geosciences*, *19*(3), 633–655. <https://doi.org/10.1007/s10596-015-9491-8>
- [5] Ge, X., Chen, Y., & Wu, B. (2021). Spectral element analysis of anisotropic elastic metamaterials for waveguiding applications. *Applied Physics Letters*, *119*(14), 141902. <https://doi.org/10.1063/5.0066547>
- [6] Graff, K. F. (1991). *Wave motion in elastic solids*. Dover Publications.

- 
- [7] Liu, G. R., & Achenbach, J. D. (1994). A strip element method for two-dimensional wave propagation in anisotropic laminated composites. *Journal of Sound and Vibration*, *173*(1), 61–76. <https://doi.org/10.1006/jsvi.1994.1235>
- [8] Miah, K., & Schuster, G. T. (2022). GPU-accelerated finite difference simulation of 3D anisotropic poroelastic wave propagation. *Geophysics*, *87*(2), T87–T99. <https://doi.org/10.1190/geo2021-0465.1>
- [9] Pled, F., & Desceliers, C. (2021). Review and Recent Developments on the Perfectly Matched Layer (PML) Method for the Numerical Modeling and Simulation of Elastic Wave Propagation in Unbounded Domains. *Archives of Computational Methods in Engineering*, *28*(1), 471–518. <https://doi.org/10.1007/s11831-021-09581-y>
- [10] Reddy, J. N. (2014). *An introduction to the finite element method* (4th ed.). McGraw-Hill Education.
- [11] Rouze, N. C., Wang, M. H., Palmeri, M. L., & Nightingale, K. R. (2013). Finite-element analysis of shear wave propagation in transversely isotropic soft tissues. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, *60*(10), 1901–1913. <https://doi.org/10.1109/TUFFFC.2013.2773>
- [12] Zienkiewicz, O. C., & Taylor, R. L. (2000). *The finite element method: Volume 1 The basis* (5th ed.). Butterworth-Heinemann.